

瑞利衰落信道下 SCMA 码本设计

雷拓峰^{1,2}, 倪淑燕², 程乃平², 宋鑫^{1,2}

(1. 航天工程大学研究生院, 北京 101416; 2. 航天工程大学电子与光学工程系, 北京 101416)

摘要: 为了设计近似最优的稀疏码本, 以多用户叠加星座点的误符号率性能为评价指标, 分别针对上行、下行传输信道, 设计了适用于瑞利衰落信道的近似最优稀疏码本。基于叠加星座点与误符号率的数学模型, 提出了一种近似最优稀疏码本的设计方案, 码本的设计步骤包括因子图矩阵的设计、码字对的匹配以及最优旋转角度的确定。仿真结果表明, 所提码本设计方案能够达到近似最优的误符号率性能。

关键词: 稀疏码分多址; 近似最优码本; 瑞利衰落信道; 误符号率

中图分类号: TN914.5

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2022064

SCMA codebooks design for Rayleigh fading channel

LEI Tuofeng^{1,2}, NI Shuyan², CHENG Naiping², SONG Xin^{1,2}

1. Company of Postgraduate Management, Space Engineering University, Beijing 101416, China

2. Department of Electronic and Optical Engineering, Space Engineering University, Beijing 101416, China

Abstract: According to the symbol error rate (SER) of the superimposed constellation, the near-optimal space code multiple access (SCMA) codebooks were explored under uplink and downlink Rayleigh fading channels, respectively. A near-optimal codebook design scheme was proposed based on the mathematical model between the superimposed constellation and the SER formula. And the proposed design procedures could be summarized as follows, design the factor graph matrix, match the best codeword pair, and find the optimal angle. Numerical results are provided to demonstrate that the proposed scheme can achieve near-optimal SER performance.

Keywords: sparse code multiple access, near-optimal codebook, Rayleigh fading channel, symbol error rate

0 引言

作为第五代移动通信中一项重要的技术, 非正交多址 (NOMA, non-orthogonal multiple access) 技术可以在相同的时频资源上服务更多的用户^[1-2], 是解决未来大规模移动通信的一种重要手段。目前, 已有许多种非正交多址方案, 如功率域的非正交多址 (PD-NOMA, power domain non-orthogonal multiple access)^[3-6]、稀疏码分多址 (SCMA, sparse code multiple access)^[7]、多用户共享多址 (MUSA, multi user shared access)^[8]、图样分割多址 (PDMA, pattern division multiple access)^[9-10]等。其中,

SCMA 技术是一种码域的非正交多址方案, 在有限的时频资源下, 其采用一组低密度的稀疏码本来承载更多的用户, 相比于其他非正交多址方案, SCMA 具有更强的稳健性, 因此, SCMA 能够同时服务大量用户而不损失误符号率 (SER, symbol error rate) 性能^[11]。

SCMA 结合了调制技术和频率复用技术, 因此 SCMA 技术可以获得更好的误符号率性能^[12]。码本的设计以及低复杂度的解码器是影响其性能的 2 个重要因素。在稀疏码本的设计方面, Nikopour 等^[13-14]提出了一种码本的设计方案, 该码本是基于母星座和操作符而设计构建的, 随之而来

收稿日期: 2021-12-28; 修回日期: 2022-03-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61805283)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No.61805283)

的众多码本设计方案都是基于该框架^[13-16]。文献[1]深入总结了目前影响 SCMA 误符号率的关键性能指标 (KPI, key performance indicator), 并且对上行多维星座点设计进行了详细的描述。文献[15]设计了一种同时适用于高斯信道和瑞利衰落信道的 SCMA 码本, 并且结合 Q 路坐标交织技术以获得更多的分集增益。此外, 也有学者从信道容量的角度考虑去设计稀疏码本^[16]。文献[2]给出了一种近似最优的码本设计方法, 从仿真性能来看, 该码本可以达到近似最优的误符号率性能, 但是其码本的设计规则仅考虑了影响 SCMA 性能的关键因素, 如最小欧氏距离 (MED, minimum Euclidean distance)、乘积距离 (PD, product distance)、乘积距离数量等, 但是并没有详细给出这些因素是如何影响误符号率的。

因此, 本文针对该问题, 继续研究探讨这些因素对于 SCMA 误符号率的影响, 并且在文献[2]的基础上, 进一步给出 SCMA 系统的误符号率公式, 揭示了各因素对误符号率性能的影响; 最后, 给出了码本的设计算法。从仿真结果可以看出, 本文所提出的码本可以达到与文献[2]设计的码本一致的误符号率性能, 并且给出了单用户的误符号率下界。

1 系统模型

本文考虑 K 个频率上负载 L 个用户, 并且 $K < L$; 同时, 每个用户分配 $d_v \leq K$ 个频率, 每个频率上传输 $d_f \leq L$ 个用户。假设各频率之间不存在相互干扰, 并且各用户在相应频率上的信道衰落系数相互独立。

SCMA 的系统模型如图 1 所示。在发送端, SCMA 编码器位于信道编码器的后端, 将比特数据映射为相应的星座点, 如式(1)所示。

$$f_l: \mathbb{B}^{b \times M} \rightarrow \mathcal{X}_l \quad \text{i.e.} \quad x_l = f_l(b_l) \quad (1)$$

其中, $b_l \in \mathbb{B}^{b \times M}$ 表示第 l 个用户传输的比特数据, M 表示调制阶数, x_l 和 \mathcal{X}_l 分别表示该用户传输的码字信息和该用户的码本。在接收端, SCMA 解码器通过已知的信道衰落系数对接收的数据进行解码, 之后将对数似然比信息传递给信道解码器, 进行信道解码。

1.1 SCMA 发送端

在上行传输场景中, 接收端在相同的时频资源下接收到多个用户的信息, 但是每个用户的信道衰落各不一致, 因此在上行信道场景下, 第 k 个频率接收的信息可以表示为

$$y_k = \sum_{l=1}^L h_{k,l} x_{k,l} + z_k, \quad k=1,2,\dots,K \quad (2)$$

其中, $h_{k,l}$ 表示 k 频率上第 l 个用户的信道衰落系数; $x_{k,l}$ 表示 k 频率上第 l 个用户发送的码字; z_k 表示噪声向量, 服从 $CN(0, N_0)$ 分布。

在下行信道中, 基站发送多用户的叠加码字给各个用户, 因此各用户接收信息的信道衰落系数 $h_{k,l}$ 仅与相应的频率有关, 即 $h_k = h_{k,l}, l=1,2,\dots,L$, 则有

$$y_k = h_k \sum_{l=1}^L x_{k,l} + z_k, \quad k=1,2,\dots,K \quad (3)$$

1.2 SCMA 接收端

由于 SCMA 码本的稀疏结构, 通常采用消息传递算法(MPA, message passing algorithm)进行解码,

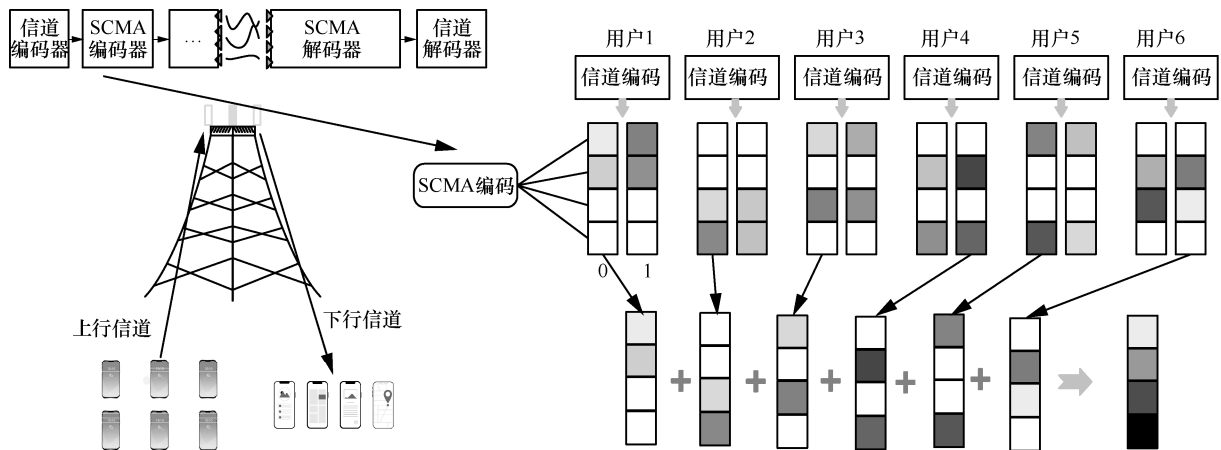


图 1 SCMA 的系统模型

相比于最大后验概率 (MAP, maximum a posteriori probability) 解码, MPA 可以降低解码端的复杂度, 且保证近似最优的误符号率性能^[17-18], 但是由于短环的存在阻碍了因子图矩阵中消息的传递, 导致 MPA 的解码性能下降。因此本文在设计 SCMA 的因子图矩阵时, 采用渐进边生长 (PEG, progressive edge growth) 算法避免四环现象, 减少消息在环中的传递。

2 SCMA 误符号率分析

本节主要研究 SCMA 在不同信道下的误符号率表达式, 为后续的码本设计提供相应的设计准则。

2.1 瑞利上行信道

在信道系数已知的条件下, 根据成对差错概率 (PEP, pairwise error probability), 码字错误的概率可以表示为

$$P(c_1 \rightarrow c_2 | h) = Q \left(\sqrt{\frac{E_s}{2N_0}} d_{\text{up}}^2(c_1, c_2) \right) \leq \frac{1}{2} \exp \left(-d_{\text{up}}^2(c_1, c_2) \frac{E_s}{4N_0} \right) \quad (4)$$

其中, $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp \left(-\frac{t^2}{2} \right) dt$, $\frac{E_s}{N_0}$ 为发送码字的信噪比; $d_{\text{up}}^2(c_1, c_2)$ 为上行信道中叠加码字之间的欧氏距离, 可表示为

$$d_{\text{up}}^2(c_1, c_2) = \sum_{k=1}^K \left| h_{k,1}(x_{k,1} - \tilde{x}_{k,1}) + \dots + h_{k,d_f}(x_{k,d_f} - \tilde{x}_{k,d_f}) \right|^2 \quad (5)$$

其矩阵形式可以表示为

$$d_{\text{up}}^2(c_1, c_2) = \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_k \mathbf{A}_k \mathbf{h}_k^H \quad (6)$$

其中, $\mathbf{h}_k = [h_{k,1}, \dots, h_{k,d_f}]$, $\mathbf{A}_k = \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H$, \mathbf{a}_k 可表示为 $\mathbf{a}_k = [(x_{k,1} - \tilde{x}_{k,1}), (x_{k,2} - \tilde{x}_{k,2}), \dots, (x_{k,d_f} - \tilde{x}_{k,d_f})]^H$ (7)

可以看出, \mathbf{A}_k 是一个秩一埃尔米特矩阵, 因此存在酉矩阵 \mathbf{V} 和实对称矩阵 \mathbf{D} 使 $\mathbf{V} \mathbf{A}_k \mathbf{V}^H = \mathbf{D}$, 假设实对称矩阵 \mathbf{D} 的特征值为 $\lambda_i, i=1, 2, \dots, n$ 。令 $(\beta_{k,1}, \dots, \beta_{k,d_f}) = \mathbf{h}_k \mathbf{V}^H$, 故式(6)可以改写为

$$\sum_{k=1}^K \mathbf{h}_k \mathbf{A}_k \mathbf{h}_k^H = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{d_f} \lambda_{k,i} |\beta_{k,i}|^2 \quad (8)$$

此时, 可以得到条件 PEP 为

$$P(c_1 \rightarrow c_2 | h) \leq \frac{1}{2} \exp \left(-\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{d_f} \lambda_{k,i} |\beta_{k,i}|^2 \frac{E_s}{4N_0} \right) \quad (9)$$

其中, β 为独立的瑞利分布, 噪声方差为 $\frac{1}{2}$ 。为了得到 PEP, 将式(9)积分可得

$$P(c_1 \rightarrow c_2) \leq \frac{1}{2} \prod_{k=1}^K \prod_{i=1}^{d_f} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{E_s}{4N_0} \lambda_{k,i} |\beta_{k,i}|^2 \right) p(\beta_{k,i}) d\beta_{k,i} = \frac{1}{2} \prod_{k=1}^K \prod_{i=1}^{d_f} \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_{k,i}} \quad (10)$$

由于 \mathbf{A}_k 是秩一矩阵, 因此仅存在一个非零特征根, 式(10)可以进一步写为

$$P(c_1 \rightarrow c_2) \leq \frac{1}{2} \prod_{k=1}^K \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_k} \quad (11)$$

其中, λ_k 为第 k 个频率上的特征值, 根据矩阵迹的性质可知

$$\lambda_k = |x_{k,1} - \tilde{x}_{k,1}|^2 + \dots + |x_{k,d_f} - \tilde{x}_{k,d_f}|^2 \quad (12)$$

可以看出, 对于瑞利上行信道而言, SCMA 的错误概率主要由各用户的码字差错距离决定。此时, 可以求得上行信道下 SCMA 的误符号率为

$$P_n \leq \frac{1}{M^{d_f}} \sum_{c_1 \in \mathcal{X}} \sum_{c_2 \in \mathcal{X}_b} \frac{1}{2} \prod_{k=1}^K \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} \lambda_k} \quad (13)$$

其中, c_1 表示所有叠加星座点 M^{d_f} 中的一种, c_2 表示除了 c_1 以外的某一叠加星座点。

2.2 瑞利下行信道

对于下行信道而言, 各用户在相同频率上的衰落系数均相同, 因此

$$d_{\text{down}}^2(c_1, c_2) = \sum_{k=1}^K \left| h_k (x_{k,1} - \tilde{x}_{k,1} + \dots + x_{k,d_f} - \tilde{x}_{k,d_f}) \right|^2 \quad (14)$$

此时, 可以得到码字错误的概率为

$$P(c_1 \rightarrow c_2) \leq \frac{1}{2} \prod_{k=1}^K \int_0^\infty \exp \left(-\frac{E_s}{4N_0} |c_{k,1} - c_{k,2}|^2 |h_k|^2 \right) p(h_k) dh_k = \frac{1}{2} \prod_{k=1}^K \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} |c_{k,1} - c_{k,2}|^2} \quad (15)$$

因此, 相比于瑞利上行信道, 下行信道的差错

概率主要由叠加码字的差错距离决定, 下行信道的误符号率可以表示为

$$P_n \leq \frac{1}{M^{d_f}} \sum_{c_1 \in \mathcal{X}} \sum_{c_2 \in \mathcal{X}_b} \frac{1}{2} \prod_{k=1}^K \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} |c_{k,1} - c_{k,2}|^2} \quad (16)$$

2.3 高斯信道

对于高斯信道而言, 码字的 PEP 可以表示为

$$P(c_1 \rightarrow c_2) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_s}{4N_0} \sum_{k=1}^K |c_{k,1} - c_{k,2}|^2\right) \quad (17)$$

根据算术-几何均值不等式

$$\frac{\sum_{k=1}^K |c_{k,1} - c_{k,2}|^2}{K} \geq \sqrt[K]{\prod_{k=1}^K |c_{k,1} - c_{k,2}|^2} \quad (18)$$

高斯信道下的 PEP 可以进一步表示为

$$P(c_1 \rightarrow c_2) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_s}{4N_0} \sum_{k=1}^K |c_{k,1} - c_{k,2}|^2\right) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_s K}{4N_0} \sqrt[K]{\prod_{k=1}^K |c_{k,1} - c_{k,2}|^2}\right) \quad (19)$$

故高斯信道下叠加码字的误符号率为

$$P_n \leq \frac{1}{M^{d_f}} \sum_{c_1 \in \mathcal{X}} \sum_{c_2 \in \mathcal{X}_b} \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_s K}{4N_0} \sqrt[K]{\prod_{k=1}^K |c_{k,1} - c_{k,2}|^2}\right) \quad (20)$$

类似于瑞利下行信道, 高斯信道下 SCMA 的误符号率也主要由叠加码字的乘积距离 $\prod_{k=1}^K |c_{k,1} - c_{k,2}|^2$ 决定, 因此瑞利下行信道的码本也同样适用于高斯信道。

3 码本设计

3.1 因子图矩阵设计

SCMA 的因子图矩阵决定着各用户与频率的对应关系, 可以分为规则与不规则 2 种情况。本文主要分析研究规则的因子图矩阵中 SCMA 码本的设计, 根据文献[1]的研究, 任何 2 个用户不能使用相同的频率进行传输, 但是, 文献[1]并没有详细阐述其最根本的原因。SCMA 的因子图矩阵类似于低密度奇偶校验 (LDPC, low density parity check) 码的校验矩阵。Gallager^[19]提出的 MPA (也称置信传播算法) 是基于树图进行解码的, 即校验矩阵中不存在环。然而, 校验矩阵的设计无法避免环的存在, 因此, 为了提升解码算

法的性能, 在设计校验矩阵中需要避免短环的存在, 常用的校验矩阵的设计算法有 Mackay 构造方法、比特反转算法、PEG 算法等。因此, 在 SCMA 系统中采用消息传递算法解码时, 也需要考虑解码算法的劣势。本文采用 PEG 算法来构造因子图矩阵, 所产生的因子图如图 2 所示。

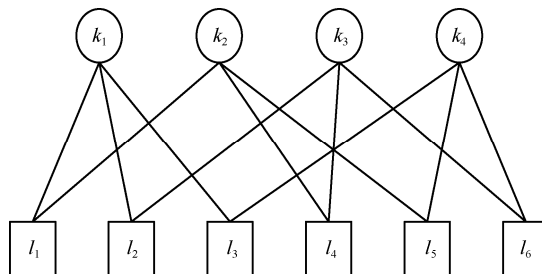


图 2 SCMA 因子图

3.2 多用户星座点的设计

星座点的设计决定了传输比特的 I-Q 路映射关系, 本节针对降低 SCMA 系统的误符号率来设计 SCMA 的稀疏码本。

对于上行信道而言, 在高信噪比下 $\frac{E_s}{4N_0} \lambda_k \gg 1$,

误符号率可以表示为

$$P_n \leq \frac{1}{M^{d_f}} \sum_{c_1 \in \mathcal{X}} \sum_{c_2 \in \mathcal{X}_b} \frac{1}{2} \prod_{k=1}^K \left(\frac{E_s}{4N_0} \lambda_k\right)^{-1} \quad (21)$$

假设采用旋转因子获得多用户码字 $x_{k,d_f} = x_{k,1} e^{j\theta_{d_f}}$, 则 λ_k 可以写为

$$\lambda_k = |x_{k,1} - \tilde{x}_{k,1}|^2 + \dots + |e^{j\theta_{d_f}} x_{k,1} - \tilde{x}_{k,1}|^2 \quad (22)$$

可以看出, 对于瑞利上行信道而言, 旋转因子不会改变特征值的大小。此外, 在高信噪比下, 系统的误符号率主要由最小的特征值之积决定, 此时仅有一个用户的码字产生错误判决。所以, 在设计上行信道的稀疏码本时, 应当考虑的准则为

$$\max \prod_{k=1}^K |x_{k,1} - \tilde{x}_{k,1}|^2 \quad (23)$$

对于瑞利上行信道而言, 仅需考虑不同频率码字对的匹配来增大各用户的最小乘积距离、减少最小乘积距离的数量, 进而提升 SCMA 的误符号率性能。

对于瑞利下行信道而言, 高信噪比下的错误概

率主要由叠加码字的最小乘积距离决定，即

$$\prod_{k=1}^K \left(\frac{E_s}{4N_0} |c_{k,1} - c_{k,2}|^2 \right)^{-1} \quad (24)$$

其中，有

$$|c_{k,1} - c_{k,2}| = \left| x_{k,1} + \dots + e^{j\theta_{d_f}} x_{k,1} - \tilde{x}_{k,1} - \dots - e^{j\theta_{d_f}} \tilde{x}_{k,1} \right| \quad (25)$$

因此，对于瑞利下行信道的码本设计，不仅仅需要考虑码字对的匹配，还需要确定最优的旋转角度数，以增大叠加星座点的最小乘积距离。

由于上行信道不需要旋转操作，仅需考虑码字对的匹配，因此，上行信道的码本设计是下行信道的一种特例。下行 SCMA 码本的设计算法如算法 1 所示。

算法 1 下行 SCMA 码本的设计算法

输入 基准星座点（本文采用 QPSK）

输出 SCMA 码本

1) 因子图矩阵的确定

采用 PEG 算法产生 SCMA 的因子图矩阵。

2) 各用户相应码字的分配

为了最大化乘积距离，对同一用户在不同频率上的错误码字分配不同欧氏距离的星座点。

3) 最优旋转角度的寻找

for $\theta_1 = 1^\circ : 180^\circ$

 旋转第一个用户的星座点，得到第二个用户在该频率的信息。

$$x_{k,2} \in \left(e^{j\theta_1} x_{k,1}^{m_1}, e^{j\theta_1} x_{k,1}^{m_2}, e^{j\theta_1} x_{k,1}^{m_3}, e^{j\theta_1} x_{k,1}^{m_4} \right)$$

for $\theta_2 = 1^\circ : 180^\circ$

 旋转第一个用户的星座点，得到第三个用户在该频率的信息

$$x_{k,3} \in \left(e^{j\theta_2} x_{k,1}^{m_1}, e^{j\theta_2} x_{k,1}^{m_2}, e^{j\theta_2} x_{k,1}^{m_3}, e^{j\theta_2} x_{k,1}^{m_4} \right)$$

 列举出所有可能判断错误的码字对，并根据式(24)计算各旋转角度下的乘积距离，以求解 SCMA 的误符号率。

end for

end for

4) 找到误符号率最优的旋转角度，得到三组码本信息，将各频率上负载的用户分配其中一组码本。

4 实验仿真

本文比较了所设计的码本（如附录 1 和附录 2

所示）与文献[2]中近似最优码本的误符号率性能。近似最优 SCMA 码本仿真参数如表 1 所示。码本性能比较如图 3 所示。

表 1 近似最优 SCMA 码本仿真参数

参数	值
频率数目 K	4
用户数目 L	6
调制阶数 M	4 (QPSK)
用户节点度数 d_v	2
频率节点度数 d_f	3
信道模型	瑞利衰落信道
解码算法	MPA
帧长度/bit	100
仿真次数/次	10 000

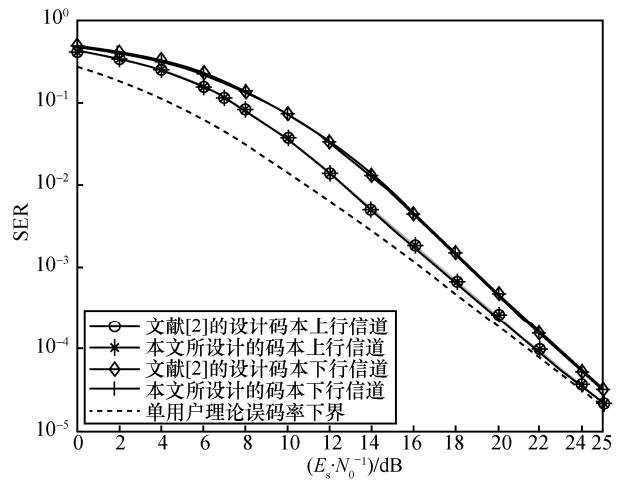


图 3 码本性能比较

从图 3 可以看出，在上行信道和下行信道的情况下，本文所设计的码本与文献[2]所设计的码本误符号率性能基本一致，因此本文所设计的码本能够达到近似最优的误符号率性能。此外，从图 3 可以看出，上行信道的误符号率性能均优于下行信道，当误符号率为 10^{-4} 时，上行信道的误符号率性能优于下行信道 1 dB，这是因为上行信道中各用户信道的衰落因子均不同，所以叠加后的星座点距离被拉大，最小乘积距离增大，故误比特率性能优于同等条件下的下行信道，但是，随着信噪比的增加，MPA 能获得与最大似然解码同样的性能，故上行信道和下行信道两者的性能逐渐趋于一致，并且趋于单用户理论误符号率下界。

由于 MPA 是基于树图进行近似各用户的边缘概率密度，因此为了提升消息传递算法的解码性

能, 在设计因子图中需要避免短环的存在。在 d_r 和 d_f 相同的条件下, 采用高维度的 SCMA 因子图矩阵能够提升系统的误符号率性能。不同因子图矩阵的码本性能如图 4 所示。在相同的仿真条件下, 8 频率 12 用户 (用 8-12 表示) 的 SCMA 系统在上行和下行信道中误符号率性能均优于传统的 4 频率 6 用户 (用 4-6 表示) SCMA 系统, 且在下行信道中, 采用高维度的因子图矩阵所带来的性能增益高于上行信道, 当信噪比为 15 dB 时, 上行信道和下行信道的误符号率性能分别提升了 2.6 倍和 4.2 倍, 进一步提升了 SCMA 的误符号率性能。

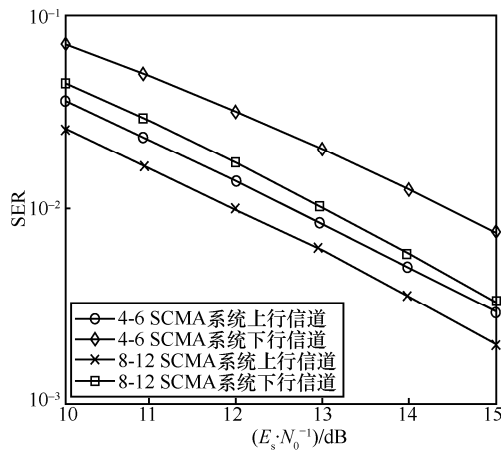


图 4 不同因子图矩阵的码本性能

此外, 本文比较了瑞利下行信道所设计的码本在高斯信道的性能, 其仿真参数与表 1 一致。高斯信道下各码本的性能如图 5 所示。相比于文献[16]和所提供的码本, 本文提出的下行信道的码本在误符号率为 10^{-4} 时, 能够分别获得 1.5 dB 和 3.3 dB 的性能增益。因此, 本文针对瑞利下行信道所设计的码本能在高斯信道下取得良好的误符号率性能。但是, 由于设计准则的不同, 瑞利上行信道的码本并不普遍适用于高斯信道, 从图 5 可以看出, 对于多用户码本相同的 SCMA 系统而言, 此时的码本非常容易陷入误码平台, 故该上行信道的码本不适用于高斯信道。

5 结束语

稀疏码分多址技术中, 码本的设计是影响其性能的一个重要因素。目前, 大多数研究都是基于加性白高斯噪声信道下设计最优的码本。本文针对瑞利衰落信道, 建立了稀疏码本与误符号率的理论模型, 分析了稀疏码本与误符号率的关联, 设计了针对小规模近似最优码本, 并且实验仿真验证了理

论的正确性与所设计码本的优秀性能。因此, 本文所提供的瑞利衰落信道下码本设计准则为后续高维度、非规则稀疏码本, 以及 MIMO-SCMA 等 SCMA 相关领域提供了相应的理论基础, 有利于设计相应近似最优的码本。

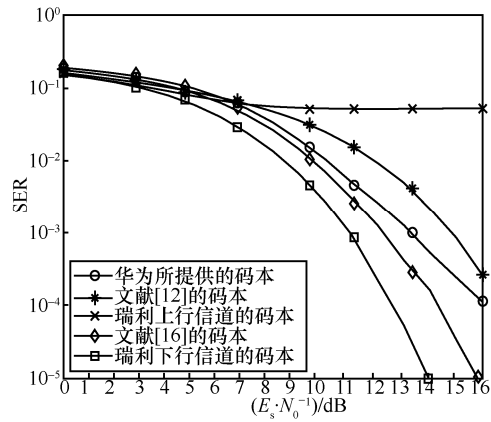


图 5 高斯信道下各码本的性能

附录 1 瑞利上行信道近似最优码本之一

$$\begin{aligned}
 \mathcal{X}_1 &= \begin{bmatrix} 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.7071+0.7071i & 0.7071-0.7071i & -0.7071+0.7071i & -0.7071-0.7071i \\ -0.7071-0.7071i & -0.7071+0.7071i & 0.7071+0.7071i & 0.7071-0.7071i \end{bmatrix} \\
 \mathcal{X}_2 &= \begin{bmatrix} 0.7071+0.7071i & 0.7071-0.7071i & -0.7071+0.7071i & -0.7071-0.7071i \\ -0.7071-0.7071i & -0.7071+0.7071i & 0.7071+0.7071i & 0.7071-0.7071i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \end{bmatrix} \\
 \mathcal{X}_3 &= \begin{bmatrix} -0.1392+0.9903i & -0.9903-0.1392i & 0.1392-0.9903i & 0.9903+0.1392i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.9903+0.1392i & 0.1392-0.9903i & -0.1392+0.9903i & -0.9903-0.1392i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \end{bmatrix} \\
 \mathcal{X}_4 &= \begin{bmatrix} 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ -0.1392+0.9903i & -0.9903-0.1392i & 0.1392-0.9903i & 0.9903+0.1392i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.9903+0.1392i & 0.1392-0.9903i & -0.1392+0.9903i & -0.9903-0.1392i \end{bmatrix} \\
 \mathcal{X}_5 &= \begin{bmatrix} -0.8746+0.4849i & -0.4849-0.8746i & 0.8746-0.4849i & 0.4849+0.8746i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.4849+0.8746i & 0.8746-0.4849i & -0.8746+0.4849i & -0.4849-0.8746i \end{bmatrix} \\
 \mathcal{X}_6 &= \begin{bmatrix} 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ -0.8746+0.4849i & -0.4849-0.8746i & 0.8746-0.4849i & 0.4849+0.8746i \\ 0.4849+0.8746i & 0.8746-0.4849i & -0.8746+0.4849i & -0.4849-0.8746i \end{bmatrix} \\
 \mathcal{X}_7 &= \begin{bmatrix} 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

附录 2 瑞利下行信道近似最优码本

$$\begin{aligned}
 \mathcal{X}_1 &= \begin{bmatrix} 0.7071+0.7071i & 0.7071-0.7071i & -0.7071+0.7071i & -0.7071-0.7071i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ -0.7071-0.7071i & -0.7071+0.7071i & 0.7071+0.7071i & 0.7071-0.7071i \end{bmatrix} \\
 \mathcal{X}_2 &= \begin{bmatrix} 0.7071+0.7071i & 0.7071-0.7071i & -0.7071+0.7071i & -0.7071-0.7071i \\ -0.7071-0.7071i & -0.7071+0.7071i & 0.7071+0.7071i & 0.7071-0.7071i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{X}_3 &= \begin{bmatrix} 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.4384+0.8988i & -0.8988+0.4384i & -0.4384-0.8988i & 0.8988-0.4384i \\ 0.8988-0.4384i & -0.4384-0.8988i & 0.4384+0.8988i & -0.8988+0.4384i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \end{bmatrix} \\
 \mathcal{X}_4 &= \begin{bmatrix} 0.4384+0.8988i & -0.8988+0.4384i & -0.4384-0.8988i & 0.8988-0.4384i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.8988-0.4384i & -0.4384-0.8988i & 0.4384+0.8988i & -0.8988+0.4384i \end{bmatrix} \\
 \mathcal{X}_5 &= \begin{bmatrix} -0.9877+0.1564i & -0.1564-0.9877i & 0.9877-0.1564i & 0.1564+0.9877i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.1564+0.9877i & 0.9877-0.1564i & -0.9877+0.1564i & -0.1564-0.9877i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \end{bmatrix} \\
 \mathcal{X}_6 &= \begin{bmatrix} 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ -0.9877+0.1564i & -0.1564-0.9877i & 0.9877-0.1564i & 0.1564+0.9877i \\ 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i & 0.0000+0.0000i \\ 0.1564+0.9877i & 0.9877-0.1564i & -0.9877+0.1564i & -0.1564-0.9877i \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

参考文献:

- [1] VAMEGHESTAHBANATI M, MARSLAND I D, GOHARY R H, et al. Multidimensional constellations for uplink SCMA systems—a comparative study[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2019, 21(3): 2169-2194.
- [2] CHEN Y M, CHEN J W. On the design of near-optimal sparse code multiple access codebooks[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(5): 2950-2962.
- [3] TANG S Y, MA Z, XIAO M, et al. Hybrid transceiver design for beamspace MIMO-NOMA in code-domain for mmWave communication using lens antenna array[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2020, 38(9): 2118-2127.
- [4] THET N W M, KHAN S, ARVAS E, et al. Impact of mutual coupling on power-domain non-orthogonal multiple access (NOMA)[J]. IEEE Access, 2020, 8: 188401-188414.
- [5] AL-AHMADI S. On the achievable max-min rates of cooperative power-domain NOMA systems[J]. IEEE Access, 2020, 8: 173112-173122.
- [6] JIANG Y E, WANG L M, ZHAO H, et al. Covert communications in D2D underlaying cellular networks with power domain NOMA[J]. IEEE Systems Journal, 2020, 14(3): 3717-3728.
- [7] YADAV A, QUAN C, VARSHNEY P K, et al. On performance comparison of multi-antenna HD-NOMA, SCMA, and PD-NOMA schemes[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2021, 10(4): 715-719.
- [8] EID E M, FOUADA M M, TAG E A S, et al. Performance analysis of MUSA with different spreading codes using ordered SIC methods[C]//Proceedings of 2017 12th International Conference on Computer Engineering and Systems (ICCES). Piscataway: IEEE Press, 2017: 101-106.
- [9] ZENG J, LI B, SU X, et al. Pattern division multiple access (PDMA) for cellular future radio access[C]//Proceedings of 2015 International Conference on Wireless Communications & Signal Processing (WCSP). Piscataway: IEEE Press, 2015: 1-5.
- [10] TANG W W, KANG S L, REN B, et al. Uplink grant-free pattern division multiple access (GF-PDMA) for 5G radio access[J]. China Communications, 2018, 15(4): 153-163.
- [11] WANG Q W, REN G L. A partial Gaussian tree approximation (PGTA) detector for random multiple access oriented SCMA uplink with codebook collisions[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(4): 2295-2308.
- [12] LEI T F, NI S Y, CHENG N P, et al. SCMA-OFDM codebook design based on IRM[C]//Proceedings of 2021 International Wireless Communications and Mobile Computing (IWCMC). Piscataway: IEEE Press, 2021: 735-739.
- [13] NIKOPOUR H, YI E, BAYESTEH A, et al. SCMA for downlink multiple access of 5G wireless networks[C]//2014 IEEE Global Communications Conference. Piscataway: IEEE Press, 2014: 3940-3945.
- [14] TAHERZADEH M, NIKOPOUR H, BAYESTEH A, et al. SCMA codebook design[C]//2014 IEEE 80th Vehicular Technology Conference. Piscataway: IEEE Press, 2014: 1-5.
- [15] 景小荣, 陶红宝. 一种稀疏码本多址接入码本优化设计方法[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(1): 24-31.
- [16] 张晨晨. 稀疏码本多址系统的多用户检测算法研究和码本设计[D]. 上海: 上海交通大学, 2018.
- [17] ZHANG C C. On the multiuser detection and codebook design of sparse code multiple access[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2018.
- [18] ZHANG C C, LUO Y, CHEN Y. A low-complexity SCMA detector based on discretization[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(4): 2333-2345.
- [19] MA X Y, YANG L, CHEN Z, et al. Low complexity detection based on dynamic factor graph for SCMA systems[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(12): 2666-2669.
- [20] GALLAGER R. Low-density parity-check codes[J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(1): 21-28.

[作者简介]



雷拓峰 (1998-), 男, 陕西咸阳人, 航天工程大学博士生, 主要研究方向为非正交多址技术、衰落信道码字设计、启发式优化算法。



倪淑燕 (1981-), 女, 河北邢台人, 博士, 航天工程大学副教授, 主要研究方向为通信与信息系统。



程乃平 (1963-), 男, 陕西咸阳人, 博士, 航天工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为飞行器测控通信。

宋鑫 (1995-), 男, 山西临汾人, 航天工程大学博士生, 主要研究方向为信道编码技术。